Nom et Prénom :

Code Sujet : ○ ○ ○

A B C D E F G H K L M N P R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

○ TeSciA Feuille-Réponse Épreuve 1 ○

R1 Comme $\left|\frac{1}{3}\right|<1$, la suite $\left(\frac{1}{3^n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 0.

Par M6 et opérations sur les limites, $(u_n)_n$ converge donc vers $-2\times 0+3=\underline{\underline{3}}$

R2 L'inéquation (I) : $x^2+3\leq 4x+2$ est équivalente à
(J) : $x^2-4x+1\leq 0$

Le discriminant de x^2-4x+1 est $\Delta := 4^2-4=(2\sqrt{3})^2$, ses racines sont donc $\alpha=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$ et $\beta=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$.

Comme le coefficient devant x^2 est positif, on sait que l'ensemble des solutions de (J) est $[\alpha,\beta]$!

Ainsi l'ensemble des solutions de I est $[2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}]$

R3

$$x\left(\sqrt{1+\frac{1}{e^x}}-1\right)=x\,\frac{1+\frac{1}{e^x}-1}{\sqrt{1+\frac{1}{e^x}}+1}=\frac{xe^{-x}}{\sqrt{1+e^{-x}}+1}$$

On $1+e^{-x}\xrightarrow[x\to+\infty]{}1$ donc $\sqrt{1+e^{-x}}\xrightarrow[x\to+\infty]{}\sqrt{1}=1$ (continuité de $\sqrt{\ }$)

puis $\sqrt{1+e^{-x}}+1\xrightarrow[x\to+\infty]{}2$. Enfin $xe^{-x}\xrightarrow[x\to+\infty]{}0$ (cours)

donc $\boxed{x\left(\sqrt{1+\frac{1}{e^x}}-1\right)\xrightarrow[x\to+\infty]{}\frac{0}{2}=0}$

R4 On se place dans le repère $R=(A,\vec{AB},\vec{AC})$.

Alors $K(v;0)$; $J\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ et $I(0;\mu)$

donc $\vec{KJ}\left(\frac{1}{2}-v;\frac{1}{2}\right)$ et $\vec{KI}(-v;\mu)$.

Vu leur ordonnée, $\vec{KJ}$ et $\vec{KI}$ sont colinéaires si et seulement si $\vec{KI}=2\mu\vec{KJ}$, ce qui se résume à $-v=2\mu\left(\frac{1}{2}-v\right)$, équivalent à $\mu+v=2\mu v$.

Ainsi K, I et J sont alignés si et seulement si $\mu+v=2\mu v$