

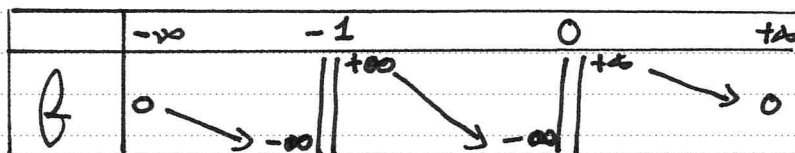
Nom et Prénom :

Code Sujet : ○ ○ ○

A B C D E F G H I J K L M N P R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

○ TESCIA FEUILLE-RÉPONSE ÉPREUVE 1 ○

R1



R2

On observe que  $z = \underbrace{(x-y)^2}_{\geq 0} + \underbrace{2y^2}_{\geq 0}$  donc  $z \geq 0$

La valeur  $z = 0$  est atteinte si  $x = 0$  et  $y = 0$ , ce qui est licite. Ainsi, la plus petite valeur possible pour  $z$  est 0.

R3

On utilise la même méthode qu'en R2.

On observe que  $-2 \leq x \leq 5$  et  $-6 \leq -y \leq 3$  donc  $-8 \leq x-y \leq 8$

Ainsi  $|x-y| \leq 8$  puis  $(x-y)^2 \leq 64$ .

De même  $|y| \leq 6$  donc  $y^2 \leq 36$ .

en sommant on trouve  $\boxed{z \leq 136}$

Enfin, la valeur  $z = 136$  est bien atteinte si  $x = -2$  et  $y = 6$ , ce qui est licite.

CONCLUSION : la plus grande valeur possible pour  $z$  est 136.

R4

Posons  $f : x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto \ln(x) - x$ .

$f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$  (par somme) et  $f' : x \mapsto \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$ .

Ensuite  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} -\infty$  (pas de forme indéterminée)

et  $f(x) = x \left( -1 + \frac{\ln(x)}{x} \right)$  donc  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} -\infty$ .

$\xrightarrow{x \rightarrow +\infty} -1$

On en déduit le tableau de variations :

$x$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-
$f$		$-\infty$	$\xrightarrow{-1}$	$\xrightarrow{-\infty}$

Vu le tableau, l'équation

$f(x) = -3$  a exactement une

solution sur  $]0, 1]$ , idem sur  $[1, +\infty[$ , et aucune en 1, donc

$\ln(x) = x - 3$  a exactement deux solutions.