

Nom et Prénom :

Code Sujet :



A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

△ TeSCIA FEUILLE-RÉPONSE ÉPREUVE 2, OPTION A △

R5 Soit $n \in \mathbb{P} \setminus \{0\}$, d'affixe notée z . On décompose $z = x + iy$ où $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Alors $F(n)$ a pour affixe $\frac{1}{2}(z + \frac{1}{z}) = \frac{1}{2}(x + \frac{x}{x^2+y^2}) + i \times \frac{1}{2}(y - \frac{y}{x^2+y^2})$.

Ainsi $F(n)$ est sur l'axe des abscisses ssi $\frac{1}{2}(y - \frac{y}{x^2+y^2}) = 0$, ce qui équivaut à $\begin{cases} y=0 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$
 Conclusion: l'ensemble des solutions est la réunion du cercle de centre O et de rayon 1 et de l'axe des abscisses privé de O .

R6 Notons $\mathcal{P}_i$ l'ensemble des parties à i éléments de $\{1; \dots; n\}$.

Soit $X \in \mathcal{P}_i$, que l'on écrit $X = \{a_1; \dots; a_i\}$ où $a_1 < \dots < a_i$.

On considère l'événement $E_X: "\{\sigma(1); \dots; \sigma(i)\} = \{a_1; \dots; a_i\}"$.

Les $\sigma \in S_n$ tels que E_X soit réalisé et σ ait un record en i sont les $\sigma \in S_n$ telles que $\sigma(i) = a_i$ et $\{\sigma(1); \dots; \sigma(i-1)\} = \{a_1; \dots; a_{i-1}\}$.

Dénombrons-les: il y en a $\underbrace{(i-1) \times (i-2) \times \dots \times 1}_{\text{choix de } \sigma(1), \dots, \sigma(i-1)} \times \underbrace{(n-i) \times (n-i-1) \times \dots \times 1}_{\text{choix de } \sigma(i+1), \dots, \sigma(n)}$.

Enfin $P(T=i) = \sum_{X \in \mathcal{P}_i} \frac{(i-1)!(n-i)!}{n!} = \frac{1}{i} \times \frac{1}{\binom{n}{i}} \times \text{nombre d'éléments de } \mathcal{P}_i = \frac{1}{i}$.

L1

$$k=1$$

L2

$$\mathbb{N}^* \cup]-1; 0[\cup]-2; -1[\cup \dots \cup]-(n+1); -n[\cup \dots$$

L3

93 et 97

L4

Les points d'affixes respectives $i(1+\sqrt{2})$ et $i(1-\sqrt{2})$

L5

L'axe des ordonnées privé de O

L6

$(1; 3; 2)$, $(2; 3; 1)$ et $(2; 1; 3)$

L7

$(1; 3; 4; 2)$, $(1; 2; 4; 3)$, $(1; 3; 2; 4)$, $(2; 3; 4; 1)$, $(2; 3; 1; 4)$ et $(2; 1; 3; 4)$

L8

Il y a $\frac{n(n-1)}{2}$ telles permutations

L9

$$E(R_n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$