

Nom et Prénom :

Code Sujet :

☐ ☐ ☐

A	B	C	D	E	F	G	H	K	L	M	N	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$\triangle$ TeScIA FEUILLE-RÉPONSE ÉPREUVE 2, OPTION B $\triangle$

R5 Comme x est irrationnel, aucun $\pi_n(x)$ ne vaut ± 1 , donc

$$x = \pi_0(x) = c_0(x) + \frac{1}{\pi_1(x)} = c_0(x) + \frac{1}{c_1(x) + \frac{1}{\pi_2(x)}} = c_0(x) + \frac{\pi_2(x)}{c_1(x)\pi_2(x) + 1}$$

On pose $a = c_0(x)(c_1(x) + 1)$; $b = c_0(x)$; $c = c_1(x)$ et $d = 1$.

Tous sont dans $\mathbb{N}^*$ car $\forall k \in \mathbb{N}$, $c_k(x) \in \mathbb{N}^*$. On observe aussi que $ad - bc = 1$.

Enfin, $x = \frac{a\pi_2(x) + b}{c\pi_2(x) + d}$; comme $\begin{cases} c_0(x) = c_0(y) \\ c_1(x) = c_1(y) \end{cases}$, on a de même $y = \frac{a\pi_2(y) + b}{c\pi_2(y) + d}$ et y est irrationnel.

Ainsi, $x - y = \frac{(ad - bc)(\pi_2(x) - \pi_2(y))}{(c\pi_2(x) + d)(c\pi_2(y) + d)}$ par réduction au même dénominateur

puis $x - y = \frac{\pi_2(x) - \pi_2(y)}{\alpha\beta}$ où $\begin{cases} \alpha = c\pi_2(x) + d \geq 1 + 1 = 2 \\ \beta = c\pi_2(y) + d \geq 1 + 1 = 2 \end{cases}$.

Ainsi $|x - y| \leq \frac{|\pi_2(x) - \pi_2(y)|}{4}$.

L1 $D_A = [1; +\infty[$ $A(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 2 \\ 2 & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$	L2 $\mathbb{N}^* \cup \{-1; 0\} \cup \{-2; -1\} \cup \dots \cup \{-n; -n+1\} \cup \dots$
L3 $(u_{2n}, u_{2n+1}) = (n; n)$	L4 $\{+\infty\} \cup \left\{ \frac{k + \sqrt{k^2 + 4}}{2} \mid k \in \mathbb{N}^* \right\}$
L5 $\pi_6 = 2$	L6 $(1; 3; 2), (2; 3; 1) \text{ et } (2; 1; 3)$
L7 $(1; 3; 2; 4), (1; 2; 4; 3), (1; 3; 2; 4), (2; 3; 4; 1), (2; 3; 1; 4) \text{ et } (2; 1; 3; 4)$	
L8 Il y a $\frac{n(n-1)}{2}$ telles permutations	L9 $E(\beta_n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$.